

# Теория Вероятностей

Раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции с ними



# Подсчёт вероятности

1. Куб, все грани которого окрашены, распилили на 27 маленьких равных кубиков и сложили в мешок. С какой вероятностью вытянутый случайным образом кубик окажется окрашен ровно с одной стороны?
2. Посчитать вероятность того, что в классе из 22 человек найдутся двое, родившиеся в один день.
3. Есть монетка с вероятностью выпадения орла  $p$ . Как с помощью такой монетки сделать равновероятный выбор из двух вариантов?
4. Имеется две урны. В одной из них находится шар, о котором известно, что он либо белый, либо черный. В другой урне находятся 1 белый и 2 черных шара. В первую урну кладут белый шар, после чего её хорошенько встряхивают и извлекают из нее один шар, который оказывается белым. Как следует действовать, чтобы вероятность извлечь белый шар после проделанных операций была наибольшей: тащить шар, не зная, из какой урны мы его извлекаем, или сначала пересыпать содержимое одной урны в другую и лишь затем тащить шар?

# Формула Байеса

1. В урне находятся две монеты: А – симметричная монета с вероятностью герба Г, равной 0.5, а В – несимметричная монета вероятностью герба Г  $1/3$ . Наудачу вынимается и подбрасывается одна из монет. Предположим, выпал герб. Какая вероятность того, что вынутая монета симметрична?
2. Электролампы изготавливаются на трех заводах. 1-й завод производит 30% общего количества ламп, 2-й – 55%, а 3-й – остальную часть. Продукция 1-го завода содержит 1% бракованных ламп, 2-го – 1,5%, 3-го – 2%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Купленная лампа оказалась с браком. Какова вероятность того, что она произведена 2-м заводом?

# Формула Байеса

1. Имеются три урны с шарами. В первой урне 4 белых и 5 черных, во второй – 5 белых и 4 черных, в третьей – 6 белых шаров. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что:
  - a. этот шар окажется белым
  - b. белый шар вынут из второй урны.
2. Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трех дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями — козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где — козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2. Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?

# Парадоксы

1. Мэрвин кончает работу в случайное время между 15 и 17 часами. Его мать и его невеста живут в противоположных частях города. Мэрвин садится в первый подошедший к платформе поезд, идущий в любом направлении, и обедает с той из дам, к которой приедет. Мать Мэрвина жалуется на то, что он редко у нее бывает, но юноша утверждает, что его шансы обедать с ней и с невестой равны. Мэрвин обедал с матерью дважды в течение 20 рабочих дней. Объясните это явление.
2. Парадокс Бертрана. Рассмотрим равносторонний треугольник, вписанный в окружность. Какова вероятность того, что случайно проведённая хорда больше стороны треугольника?

# Непрерывные сюжеты

1. На паркет, составленный из правильных шестиугольников со стороной  $a$ , бросают монету радиуса  $r$ . Какова вероятность того, что монета целиком попадёт внутрь одного из шестиугольников?
2. На бесконечной плоскости случайным образом выбраны три точки. Найти вероятность того, что они являются вершинами тупоугольного треугольника.

# One more thing

1. Гамов, Стерн, Занимательная математика – сюжет “Хлебный рацион”